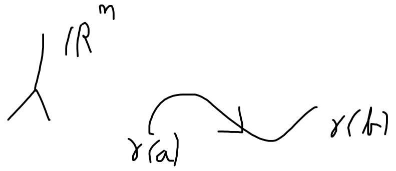
# Gradiente e conjunto de nível

- Uma função contínua $\gamma:[a,b]\to\mathbb{R}^m$ é um caminho e a sua imagem $\gamma([a,b])\subset\mathbb{R}^m$ é uma curva.

$\gamma:[a,b]\to\mathbb{R}^m$ $\quad\quad \gamma(t)=(\gamma_1(t),\dots,\gamma_m(t))$

$t\in I$




- Dar $\gamma(t)$ é dar a posição em $\mathbb{R}^m$ de uma partícula em função do parâmetro $t$ (tempo)
- Se $\gamma$ for diferenciável então:

$$\gamma'(t_0)=\frac{d\gamma}{dt}(t_0)=(\gamma_1'(t_0),\dots,\gamma_m'(t_0)) \to \text{tangente a } \gamma \text{ é a velocidade}$$

- Seja $f:D\subset\mathbb{R}^m\to\mathbb{R}$ um campo escalar dif. num aberto $D$.
- Um conjunto de nível é um conjunto da forma

$$S_c(f)=\{x\in D: f(x)=c\}$$

- Suponhamos que $\gamma:[a,b]\to D$ é um caminho que descreve uma curva contida em $S_c(f)$

$f\circ\gamma(t)=f(\gamma(t))=c$

$$\hookrightarrow \frac{d}{dt}f\circ\gamma(t)=Df(\gamma(t))\cdot D\gamma(t)=$$

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial f}{\partial x_1}(\gamma(t)) & \dots & \frac{\partial f}{\partial x_m}(\gamma(t))\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\gamma_1'(t)\\ \vdots \\ \gamma_m'(t)\end{bmatrix}=\nabla f(\gamma(t))\cdot\gamma'(t)=0$$

$\hookrightarrow \nabla f(\gamma(t))$ é $\perp$ a $\gamma'(t)$

Para qualquer vector $\gamma'(t)$ tangente a $S_c(f)$, $\nabla f \perp$ ao conjunto de nível $S_c(f)$

Ex| reta normal ao hiperboloide $H$ dado por $x^2+y^2-z^2=1$ no ponto $P=(\sqrt2,\sqrt2,\sqrt3)$

$f(x,y,z)=x^2+y^2-z^2$ $\quad\quad \nabla f(x,y,z)=(2x,2y,-2z)$

$H=S_1(f)$

$\nabla f(\sqrt2,\sqrt2,\sqrt3)=(2\sqrt2,2\sqrt2,-2\sqrt3)$

Reta: $(\sqrt2,\sqrt2,\sqrt3)+\lambda(2\sqrt2,2\sqrt2,-2\sqrt3)$, $\lambda\in\mathbb{R}$

Plano: $2\sqrt2\,a+2\sqrt2\,b-2\sqrt3\,c=2$

Plano $2\sqrt2\cdot\sqrt2+2\sqrt2\cdot\sqrt2-2\sqrt3\cdot\sqrt3=4+4-6=2$