

Centro de massa:

$$\bar{x}_j = \frac{1}{M(S)} \int_S \alpha x_j$$

Momento de inércia relativo ao eixo L

$$I_L(S) = \int_S \alpha \cdot d_L^2$$

Mudança de variáveis:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{g^{-1}([a,b])} f(g(y)) \cdot |g'(y)| \cdot dy$$

$x = g(y)$

→ TFC

Def: $U \subset \mathbb{R}^m$ aberto, uma transformação de coordenadas em U é uma função de classe C^1 $g: U \rightarrow \mathbb{R}^n$, injetiva e tal que $\det Dg(p) \neq 0, \forall p \in U$

Nota: O teorema da função inversa garante que se $g: U \rightarrow \mathbb{R}^n$ é TFC então g^{-1} também é TFC

• Se $g: U \subset \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ é uma TFC então g numa vizinhança de $a \in U$, g será definida por $Dg(a): \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$

Se $T: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$ é uma transformação linear e P é um paralelepípedo em \mathbb{R}^m com arestas v_1, \dots, v_m então T transforma P em $\tilde{P} \subset \mathbb{R}^n$ com arestas Tv_1, \dots, Tv_m

$$\text{Vol}(P) = \left| \det \begin{bmatrix} 1 & & \\ & \ddots & \\ & & 1 \end{bmatrix} \right| \Rightarrow \text{Vol}(\tilde{P}) = \left| \det \begin{bmatrix} 1 & & \\ Tv_1 & \dots & \\ & & Tv_m \end{bmatrix} \right| = |\det T| \cdot \left| \det \begin{bmatrix} 1 & & \\ v_1 & \dots & \\ & & v_m \end{bmatrix} \right|$$

$$\text{Vol}(\tilde{P}) = |\det T| \cdot \text{Vol}(P)$$