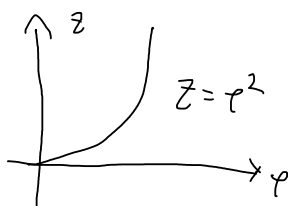


$$a) \text{ Parabolóide } P: \begin{cases} x^2 + y^2 < 1 \\ z = x^2 + y^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z = r^2 \\ r \in]0, 1[\end{cases}$$



$$\begin{aligned} m &= 3 \\ m - k &= 1 \\ k &= 2 \quad \dim P = 2 \end{aligned}$$

$$F(x, y, z) = z - (x^2 + y^2) = 0$$

$$(-1, -1, 1) \perp (1, -1, 0)$$

$$(-1, -1, 1) \perp (1, 0, -1)$$

$$DF(x, y, z) = \begin{bmatrix} -2x & -2y & 1 \end{bmatrix} \neq 0$$

Cor 1

$$T_p P \perp = \{ \lambda (-1, -1, 1), \lambda \in \mathbb{R} \}$$

P é var. 2

$$T_p P = \{ a(1, -1, 0) + b(1, 0, -1), a, b \in \mathbb{R} \}$$

$$\text{Seja } P = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right) \in P$$

$$DF\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

ex)

$$C: \begin{cases} x^2 + y^2 - z = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases} \subset \mathbb{R}^3$$

$$\begin{cases} F_1 = x^2 + y^2 - z \\ F_2 = x + y + z - 1 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2x & 2y & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Cor 2 $\begin{cases} x = y = 0 \end{cases}$

C é var. 1

\Rightarrow não é válido $\neq 0 \quad F(0, 0, z) \neq 0$

$$\text{Seja } P(1, 0, 0)$$

$$T_p C = \{ a(2, 0, 0) + b(1, 1, 1), a, b \in \mathbb{R} \}$$

$$DF(1, 0, 0) = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_p C \perp = \{ \lambda(0, -1, 1), \lambda \in \mathbb{R} \}$$

Uma var. k em \mathbb{R}^m pode ser descrita por um objecto que localmente pode ser parametrizado por k parâmetros livres

$$r \in]0, 1[$$

$$P: \begin{cases} x^2 + y^2 < 1 \\ z = x^2 + y^2 \end{cases} \quad \gamma(r, \theta) = (r \cos(\theta), r \sin(\theta), r^2) \quad \theta \in]0, 2\pi[$$