$M \subset \mathbb{R}^n$ Var-K

Localmente é descrito por K parametros livres $\rightsquigarrow$ dimensão K

Def: $M \subset \mathbb{R}^n$ var-K seja $U \subset \mathbb{R}^n$ aberto uma parametrização de $M \cap U$ é uma função de classe $C^1$, $g: V \to \mathbb{R}^n$, $V \subset \mathbb{R}^k$, aberto, tal que $g(V) = M \cap U$ e:

i) $g$ é injetiva

ii) $g^{-1}$ contínua (pontos vizinhos em $M \cap U$ têm coordenadas vizinhas)

iii) $Dg(t)$ tem car K (máxima), $\forall t \in V$

(as colunas de $Dg(t)$ são linearmente independentes)

Teorema: $M \subset \mathbb{R}^n$ é var-K sse M é localmente parametrizável

Ex) $E: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ em $\mathbb{R}^2$

$0 < \theta < 2\pi$

$$Dg(\theta) = \begin{bmatrix} -2\sin(\theta) \\ 3\cos(\theta) \end{bmatrix}$$

$x = 2R\cos(\theta)$ $R = 1$

$y = 3R\sin(\theta)$

$g(\theta) = (2\cos(\theta), 3\sin(\theta))$

Ex) $\begin{cases} x^2 + y^2 < 1 \\ (x^2+y^2)^2 = z \end{cases}$ seja $x^2 + y^2 = \rho^2$

$\begin{cases} \rho^2 < 1 \\ \rho^4 = z \end{cases}$ $g(\rho, \theta) = (\rho\cos(\theta), \rho\sin(\theta), \rho^4)$

$\rho \in ]0,1[$

$\theta \in ]0,2\pi[$

$P\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{10}\right) = g\left(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$

$$Dg(\rho, \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\rho\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \rho\cos(\theta) \\ 4\rho^3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Dg\left(\frac{1}{2}, \frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2} \\ 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix}$$

$T_pS = \{a(0,1,\frac{1}{2}) + b(-\frac{1}{2},0,0), a,b \in \mathbb{R}\}$

$T_pS^\perp = \{\lambda(0,1,-2)\ \lambda \in \mathbb{R}\}$