

M var- k

$f: U \rightarrow \mathbb{R}$

Extremos da restrição de f a M ?

Se tem extremos locais $\forall f(p) \in T_p M^\perp$

$$\nabla f(p) = \lambda_1 \nabla F_1(p) + \dots + \lambda_{m-k} \nabla F_{m-k}(p)$$

λ multiplicadores de Lagrange

Ex) calcular a distância mínima da S. esférica de raio 1 centrada na origem do plano

$$x+y+z=3$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2+y^2+z^2-1=0 \\ \nabla d^2(x,y,z) = \lambda \nabla f(x,y,z) \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^2+y^2+z^2-1=0 \\ 2\left(\frac{x+y+z}{3}-1\right)(1,1,1) = \lambda(2x, 2y, 2z) \end{array} \right.$$

\Leftrightarrow

$$\downarrow$$
$$x=y=z=$$

$$= \pm \frac{1}{\sqrt{3}}$$

2 soluções

$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \text{ e } \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

Factor: $V(v_1, \dots, v_k) = \sqrt{\det(E^T \cdot E)}$

onde $E = \begin{bmatrix} | & & | \\ v_1 & \dots & v_k \\ | & & | \end{bmatrix} \quad m \times k$