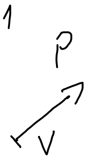
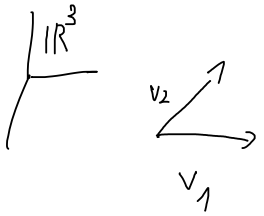
ex) $k=1$



$$E = \begin{bmatrix} | \\ v \\ | \end{bmatrix} \qquad V(v) = \sqrt{\det(E^T E)} = \|v\|$$

$$E^T = [- \; v \; -]$$

ex) $k=2 \quad n=3$



$$E^T E = \begin{bmatrix} v_1 \cdot v_1 & v_1 \cdot v_2 \\ v_2 \cdot v_1 & v_2 \cdot v_2 \end{bmatrix}$$

$$\det(E^T E) = \|v_1\|^2 \cdot \|v_2\|^2 - (v_1 \cdot v_2)^2 =$$

$$= \|v_1\|^2 \cdot \|v_2\| - (\|v_1\| \|v_2\| \cos(\theta))^2 =$$

$$= \|v_1\|^2 \|v_2\|^2 \sin^2(\theta) = \|v_1 \times v_2\|^2$$

$$V(v_1, v_2) = \sqrt{\det(E^T E)} = \|v_1 \times v_2\| \quad \text{P.V}$$

ex) $\mathbb{R}^n$

$$\underset{n \times n}{E = \begin{bmatrix} | & & | \\ v_1 & \cdots & v_n \\ | & & | \end{bmatrix}} \qquad V(v_1, \dots, v_n) = \sqrt{\det(E^T E)} = \sqrt{\det(E)^2} = |\det E|$$

- M pedaço de var-k
  g parametrização, $g(V) = M$ $\qquad \int_M f = ?$
  $f: M \to \mathbb{R}$

Definir $\int_M f$ como integral em $V \subset \mathbb{R}^k$ e inserir um fator corretor

Definição: $M \subset \mathbb{R}^n$ uma var-k parametrizada por $g: V \subset \mathbb{R}^k \to \mathbb{R}^n$ com $g(V) = M$

Seja $f: M \to \mathbb{R}$ define-se:

$$\int_M f = \int_V f \circ g(t_1, \dots, t_k) \sqrt{\det(Dg^T \cdot Dg)} \, dt_1 \dots dt_k$$

Não depende da parametrização !!!