$$\frac{d}{dt}\phi \circ g(t) = \frac{d}{dt}\phi(g(t)) = \nabla\phi(g(t)) \cdot g'(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int \nabla\phi \, dg = \int_a^b \nabla\phi(g(t)) \cdot g'(t)\, dt = \int_a^b \frac{d}{dt}(\phi(g(t)))\, dt = \phi(g(b)) - \phi(g(a))$$

O trabalho de $\nabla\phi$ só depende do pt. final e do pt. inicial $\Rightarrow \nabla\phi$ é um campo vectorial conservativo em U

Potencial

$\phi(x) = \int_{x_0}^{x} f$ $\quad \phi$ é único a menos de uma constante

$\nabla\phi(x) = f$

Ex) $\phi : \mathbb{R}^3 \setminus \{0,0,0\} \to \mathbb{R}$

$\phi(x,y,z) = r^m, \; m \in \mathbb{Z}$

$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$ $\quad \nabla\phi(x,y,z) = m \cdot r^{m-2} \cdot (x,y,z)$

Teorema: - $U \subset \mathbb{R}^n$ um aberto e $f : U \to \mathbb{R}^n$ um campo vectorial contínuo, f é conservativo em U sse $\exists$ campo escalar $\phi : U \to \mathbb{R}$ de classe C^1 tal que $f = \nabla\phi$ em U

- O trabalho de uma força conservativa ao longo de um caminho fechado é 0.

- $U \subset \mathbb{R}^n$ aberto, $f : U \to \mathbb{R}^n$ contínuo. f é conservativo em U sse o trabalho de f ao longo de todo e qualquer caminho fechado em U é 0.

- $f : U \subset \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ classe C^1. f diz-se um campo vectorial fechado em U se $\frac{\partial f_i}{\partial x_j} = \frac{\partial f_j}{\partial x_i}$ e f se for conservativo então é fechado