Teorema de Weierstrass (TW)

Em $\mathbb{R}$

$f: I \subset \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, f contínua $\Rightarrow$ f tem max e min em I

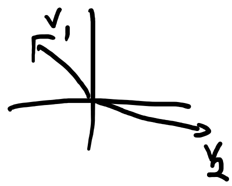
Compacto

Para $\mathbb{R}^n$

$D \subset \mathbb{R}^n$; $f: D \to \mathbb{R}$ contínua então f tem max e min em I

compacto

Nota: Em $\mathbb{R}^n$ com $n > 1$ não há relação de ordem natural



Não faz sentido escrever $v_1 > v_2$ ou $v_2 < v_1$

Logo TW só funciona quando o contradomínio é $\mathbb{R}$

Dem: $\{x^j\}_{j \in \mathbb{N}}$ sucessão em D

D compacto $\Rightarrow$ $\exists$ sucessão $y^j \to a \in D$

f contínua $\Rightarrow$ $\lim_{j \to \infty} f(y^j) = f(\lim_{j \to \infty} y^j) = \underbrace{f(a)}_{\text{finita}}$

$\rightsquigarrow$ f é <u>limitada</u> $\Rightarrow$ f tem Sup e Inf

$\hookrightarrow$ O mesmo argumento prova que f tem max e min