



g) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} \frac{x+2y+1}{x+y}$
 6. Calcule, caso existam, os seguintes limites

- a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x-3y}{\sqrt{x^2+y^2}}$
- b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy^2}{x^2+y^2}$
- c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2+y^2}$
- d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}}$
- e) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{5xy^2}{2x^2+2y^2}$
- f) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{4x^3-2x^3y}{x^2+(y-2)^2}$
- g) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+3y^2}$
- h) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3x^2y}{2x^2+2y^2}$
- i) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y^4}{(x^2+y^4)^3}$
- j) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{-2x^2+3y}{x^2+y^2}$
- k) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{-3x+y}{x+y}$
- l) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$
- m) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x+y-2}{5x-y-4}$
- n) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^6}$
- o) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^2}$

$y = mx$

a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2x-3ym}{\sqrt{x^2+x^2m^2}} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x(2-3m)}{x\sqrt{1+m^2}} = \frac{2-3m}{\sqrt{1+m^2}}$ N. há limite

b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy^2}{x^2+y^2} = 0$

$0 \leq \frac{2|x||y|^2}{x^2+y^2} \leq \frac{2|x|(x^2+y^2)}{x^2+y^2} = 2|x| \rightarrow 0$

c) $y = mx$
 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2+y^2} = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{x^2(1+m^2)} = \frac{1}{1+m^2}$ N. há limite

d) $\lim_{x,y \rightarrow 0,0} \frac{2xy}{\sqrt{x^2+y^2}} = 0$

$0 \leq \frac{2|x||y|}{\sqrt{x^2+y^2}} \leq \frac{2|x||y|}{|y|} = 2|x| \rightarrow 0$

e) $\lim_{x,y \rightarrow 0,0} \frac{5xy^2}{2x^2+2y^2} = 0$

$0 \leq \frac{5|x|y^2}{2(x^2+y^2)} \leq \frac{5|x|(y^2+x^2)}{2(x^2+y^2)} = \frac{5}{2}|x| \rightarrow 0$

f) $\lim_{x,y \rightarrow 0,2} \frac{4x^3-2x^3y}{x^2+(y-2)^2} = 0$

$0 \leq \frac{4|x^3|-2|x^3||y|}{x^2+(y-2)^2} = \frac{x^2(4|x|-2|x||y|)}{x^2+(y-2)^2} \leq$

$\leq \frac{x^2+(y-2)^2(4|x|-2|x||y|)}{x^2+(y-2)^2} = 4|x|-2|x||y| \rightarrow 0$

h) $\lim_{x,y \rightarrow 0,0} \frac{3x^2y}{2x^2+2y^2} = 0$

$0 \leq \frac{3x^2|y|}{2(x^2+y^2)} \leq \frac{3(x^2+y^2)|y|}{2(x^2+y^2)} = \frac{3}{2}|y| \rightarrow 0$

i) $\lim_{x,y \rightarrow 0,0} \frac{x^2y^4}{(x^2+y^4)^3} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{y^8}{y^8} = \lim_{y \rightarrow 0} \frac{1}{y^8} = +\infty$

$k=0 \quad x=y^2$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2x^2}{(x^2+y^2)^3} = 0$ N. há limite

j) $\lim_{x,y \rightarrow 0,0} \frac{-2x^2+3y}{x^2+y^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(-2x+3m)}{x^2+x^2m^2}$ N. há limite

k) $\lim_{x,y \rightarrow 0,0} \frac{-3x+y}{x+y} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(-3+m)}{x(1+m)}$

$l) \lim_{x,y \rightarrow 0,0} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2(1-m^2)}{x^2(1+m^2)}$ N. há limite

m) $\lim_{x,y \rightarrow 1,1} \frac{x+y-2}{5x-y-4} = \lim_{y \rightarrow 1} \frac{y^2+y-2}{5y^2-y-4} = \lim_{y \rightarrow 1} \frac{(y+2)(y-1)}{(y+\frac{4}{5})(y-1)} = \frac{3 \times 5}{9}$

$y = m(x-1)+1$
 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+m(x-1)-1}{5x-m(x-1)-4} = 0$ N. há limite

n) $\lim_{x,y \rightarrow 0,0} \frac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^6} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4m^2}{x^4m^2+(x-mx)^6} =$

$y = mx$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4}{x^4+(x-x)^6} = 1$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2x^2}{x^2x^2+(x-0)^6}$ Não há limite

g) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,2)} \frac{\lim(x^2+y^2)}{x^2+3y^2} = \frac{\lim(4)}{12}$

o) $\lim_{x,y \rightarrow 0,0} \frac{x^2y^2}{x^2y^2+(x-y)^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4}{x^4+0} = 1$

$x=y$
 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2x^2}{x^2x^2+(x-0)^2} = 0$