P 3.1. ("Exercícios de Física", A. Noronha, P. Brogueira, McGraw Hill, 1994)

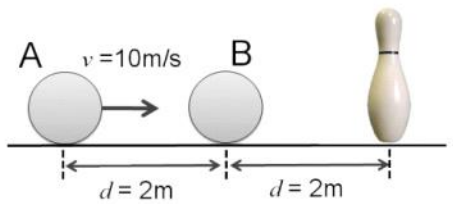
Considere uma esfera de densidade ρ e raio r imersa num fluido de viscosidade η e massa específica ρ_f

a) Determine o peso da esfera e a impulsão a que está sujeita no fluido.
b) Suponha que a esfera é de um material mais denso que o fluido. Escreva a equação do movimento para baixas velocidades.
c) Tendo em conta que o coeficiente de atrito entre a esfera e o fluido é dado por $\mu = k\eta$ em que k é o factor de forma da esfera, dado por $k = 6\pi r$, determine a velocidade limite da esfera em função do raio e da viscosidade do fluido.
d) Como varia a velocidade da esfera em função do tempo? Supondo que a esfera parte do repouso, ao fim de quanto tempo atinge 50% da velocidade limite?
e) Como varia o espaço percorrido em função do tempo? Qual o espaço percorrido ao fim do tempo referido na alínea d)?
f) Calcule o trabalho realizado pelo peso e pela impulsão quando a esfera percorreu uma altura L no interior do fluido.
g) Calcule o trabalho realizado pela força de atrito no percurso referido na alínea e).

a) Suponha que as bolas *A* e *B*, representadas na figura, têm cada uma uma massa m = 1 kg. A bola *A* colide frontalmente com a bola *B* e o choque é elástico:

i) Calcule as velocidades das bolas *A* e *B* relativamente ao referencial do laboratório.

ii) Qual a fracção da energia cinética de *A* que passa para *B*, i.e. $\frac{E_{B\,final}}{E_{A\,inicial}}$?



b) Se a bola *B* tivesse apenas m_B = 0,5 kg quais seriam as velocidades das bolas *A* e *B* após o choque e a fracção da energia que seria transmitida da bola *A* para a bola *B*?
c) Uma bola *A* é lançada no chão contra a bola *B* a qual por sua vez, irá tocar num objecto *C*.
Sabendo que existe um atrito constante dado por $F_a = 2P$ (N), em que *P* é o peso da bola, e supondo que o choque entre as duas bolas é um choque elástico, calcule a velocidade mínima com que deve ser lançada a bola *A* para que o objecto *C* seja atingido. (Lembre-se que existe conservação de energia...).

a) $\begin{cases} m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B \\ \frac{1}{2} m_A v_A^2 + \frac{1}{2} m_B v_B^2 = \frac{1}{2} m_A v'^2_A + \frac{1}{2} m_B v'^2_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10 = v'_A + v'_B \\ 100 - v'^2_A = v'^2_B \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (10 - v'_A)^2 = v'^2_B \\ 100 - v'^2_A = (10 - v'_A)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ (10 + v'_A)(\cancel{10 - v'_A}) = (10 - v'_A)^{\cancel{2}} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} v'_B = 10 \text{ m/s} \\ v'_A = 0 \text{ m/s} \end{cases}$

$\frac{E_B\,final = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^2}{E_A\,Inicial = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^2} = 1$

b) $\begin{cases} 10 = v'_A + 0,5\, v'_B \\ 100 = v'^2_A + 0,5\, v'^2_B \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{10 - v'_A}{0,5}\right)^2 = v'^2_B \\ \frac{100 - v'^2_A}{0,5} = v'^2_B \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ \frac{100 - v'^2_A}{\cancel{0,5}} = \frac{(10 - v'_A)^2}{(0,5)^{\cancel{2}}} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 10 + v'_A = \frac{10 - v'_A}{0,5} \Leftrightarrow \frac{10}{3} = v'_A$

$v'_B = \frac{40}{3}$

$\frac{E_B\,final}{E_A\,Inicial} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1600}{3}}{\frac{1}{2} \times 1 \times 100} = \frac{8}{9}$

c) $W_{F_a} = -2mgd$

$E_A = \frac{1}{2} m_A v_A^2 - 2 m_A g d$

$\frac{8}{9} E_A = E_B$

$E_B - 2 m_B g d = 0 \Leftrightarrow \frac{8}{9}\left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot v_A^2 - 2 \cdot 10 \cdot 2\right) - 2 \cdot 10 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} v_A^2 = \frac{2 \cdot 10 \cdot 9}{8} + 4 \cdot 10 \Leftrightarrow v_A = 11 \text{ m/s}$

Um neutrão com 2700 ms^{-1} de velocidade colide frontalmente com um núcleo de azoto em repouso e, em resultado deste choque é absorvido pelo azoto. Qual é a velocidade final do novo núcleo assim formado? ($m_{neutrão}$= 1,67 x 10^{-27} kg, m_{azoto} = 23 x 10^{-27} kg)

$p_i = p_f \Leftrightarrow m \cdot v_i = (M + m) \cdot v_f \Leftrightarrow v_f = \frac{m v_i}{M + m} \Leftrightarrow v_f = \frac{1,67 \times 10^{-27} \cdot 2700}{(1,67 \times 10^{-27} + 23 \times 10^{-27})} \Leftrightarrow v_f = 182,77 \text{ m/s}$

$\Leftarrow$ N dimes

Dois astronautas jogam à bola no espaço em condições de ausência de peso. O primeiro astronauta, que tem 80 kg, lança a bola ao outro, que tem 70 kg. Sabendo que a massa da bola é 8 kg e que esta é lançada com uma velocidade de 10 m/s:

a) Qual é a velocidade de recuo do primeiro astronauta após ter lançado abola?
b) Qual a velocidade do conjunto "bola + 2º astronauta" após este ter recebido a bola?
c) Qual a velocidade do centro de massa do conjunto "astronautas + bola" nos casos das alíneas a) e b)?

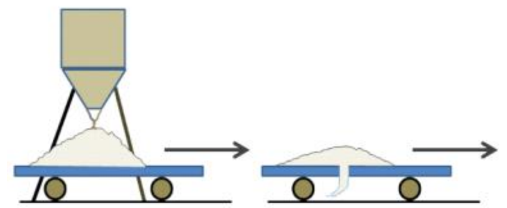
a) $-p_C = p_B \Leftrightarrow -80 \cdot v_C = 8 \times 10 \Leftrightarrow v_C = -1 \text{ m/s}$

b) $p_B = p_{a+B} \Leftrightarrow 8 \times 10 = 78 \times v_{a+B} \Leftrightarrow v_{a+B} = \frac{80}{78} \text{ m/s}$

c) $\frac{80 \times (-1) + 8 \times 10 + 70 \times 0}{158} = 0 \text{ m/s}$

$\frac{80 \times (-1) + 78 \times \frac{80}{78}}{158} = 0 \text{ m/s}$

$\frac{\sum p}{\sum m}$ = velocidade no centro de massa



Um vagão move-se sem atrito numa linha recta sobre um plano horizontal. A sua massa é M = 500 kg. No instante t = 0 a sua velocidade é v = 7 m/s. Nesse instante começa a receber areia de um tremonha fixa ao solo. A massa de areia fornecida é no total 200 kg (ver figura).

a) Qual a velocidade do vagão a partir do instante t_1 em que deixa de receber areia?
b) No instante t_1, o vagão que continha areia num total de m = 200 kg, além da sua massa de 500 kg e se movia com velocidade v_1, começa a esvaziar a areia através de um tubo vertical. Qual a velocidade do vagão no instante t_2 em que já perdeu 100 kg de areia?

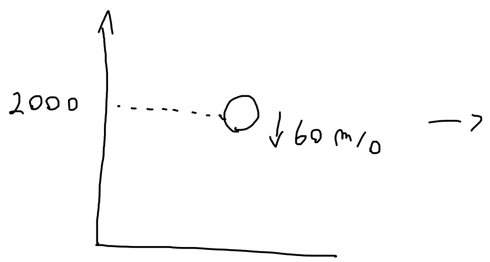
a) $p_0 = p_1 \Leftrightarrow m_c v_0 = (m_c + m_a) \cdot v_1 \Leftrightarrow 500 \cdot 7 = (500 + 200) \cdot v_1 \Leftrightarrow v_1 = 5 \text{ m/s}$

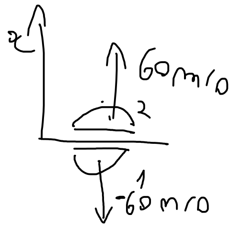
b) 5 m/s (não se ganha velocidade)

P 3.6. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et al., McGraw Hill, 2000

Uma granada cai verticalmente e explode em dois fragmentos iguais quando se encontra a 2000 m de altura. No instante da explosão a velocidade é de 60 m/s. Após a explosão um dos fragmentos desloca-se para baixo com uma velocidade de 60 m/s (em relação ao referencial próprio da granada nesse instante). Determine:

a) A posição do centro de massa após 10 s da explosão.
b) A quantidade de movimento total do sistema em relação ao referencial do centro de massa.
c) Como varia a quantidade de movimento total do sistema?





$x = x_i + v_i t + \frac{a}{2} t^2$

$v_2 = 60 - 60 = 0$

$x_2 = 2000 + 0 - 5 \cdot 100 = 1500$

$v_1 = -60 - 60 = -120$

$x_1 = 2000 - 120 \times 10 - 5 \cdot 100 = 300$

$\frac{1500 + 300}{2} = 900 \text{ m}$

Gm

b) O rácio $p_1 = -p_2$ logo $\Sigma p = 0$

c) $p_i = -60 \cdot m \rightarrow p = (-60m - gtm) e_y$

$F_g = m \cdot g$

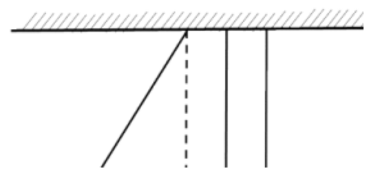
$v = g \cdot t$

logo $p = -g \cdot t \cdot m$

P 3.7. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et al., McGraw Hill, 2000)

O sistema representado na figura é constituído por três pêndulos de massas e comprimentos iguais. No instante inicial *A* é largado da altura *h* com velocidade nula.

a) Se os choques forem elásticos qual a altura máxima atingida pelo pêndulo *C*?
b) Que acontece aos outros pêndulos após o choque?
c) Se, após o choque da esfera *A*, as três esferas ficarem ligadas entre si, qual a altura máxima atingida pelo conjunto?



a) h

b) não se mexem

c) $E_i \neq E_f$

$p_A = p_{A+B+C} \Leftrightarrow m v_a = 3 m v_{a+B+C}$

$\frac{1}{2} \cancel{m} v_a^2 - \cancel{m} g h = 0 \Leftrightarrow v_a = \sqrt{2gh}$

$v_{a+B+C} = \frac{\sqrt{2gh}}{3}$

$E_c = \frac{1}{2} 3 \cdot m \cdot \frac{\cancel{2} g h}{9} = \frac{mgh}{3}$

$E_p = 3mgh' \Leftrightarrow \frac{\cancel{mg}h}{3} = 3\cancel{mg}h' \Leftrightarrow \frac{h}{9} = h'$ //

P 3.8. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et al., McGraw Hill, 2000)

Uma barragem em descarga tem um caudal máximo de 3400 m^3/s. Sabendo que a altura da barragem é 75 m, qual é a energia máxima que pode ser extraída por uma central hidroeléctrica num dia? (a massa específica da água é 1000 kg/m^3).

$E = m \times g \times h$

$3400 \, m^3/s = 2{,}9376 \times 10^8 \, m^3/\text{dia} = 2{,}9376 \times 10^{11} \, \text{kg/dia}$

$E = 2{,}9376 \times 10^{11} \times 10 \times 75 = 2{,}2 \times 10^{14} \, J$

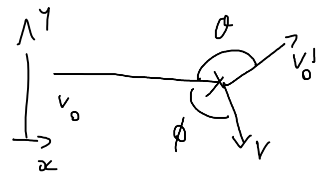
P 3.9. ("Physics for Scientists and Engineers", P. A. Tipler and G. Mosca, Freeman, 2004)

Uma partícula com velocidade inicial de módulo v_0 colide com uma segunda partícula de **massa idêntica** em repouso, e é deflectida de um ângulo θ relativamente à direcção original. A segunda partícula ao sofrer a colisão adquire uma velocidade de módulo v e cuja direcção faz um ângulo ϕ com a direcção inicial da primeira partícula.

a) Mostre que: $\tan\theta = \frac{v \sin\phi}{(v_0 - v\cos\phi)}$

b) Mostre que, no caso em que a **colisão é elástica**, temos: $v = v_0 \cos\phi$

a)



$x: m v_0 = m v \cos(\phi) + m v_0' \cos(\theta)$

$y: 0 = -m v \sin(\phi) + m v_0' \sin(\theta)$

$\hookrightarrow v_0' \cos(\theta) = v_0 - v\cos(\phi)$

$v_0' \sin(\theta) = v \sin(\phi)$

$\tan(\theta) = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{v \sin(\phi)}{v_0 - v\cos(\phi)}$

b) $\phi + \theta = 90 = \frac{\pi}{2}$

$\frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)} = \frac{v\sin(\phi)}{v_0 - v\cos(\phi)} \Leftrightarrow \frac{\cos(\phi)}{\sin(\phi)} = \frac{v\sin(\phi)}{v_0 - v\cos(\phi)} \Leftrightarrow \cos(\phi)(v_0 - v\cos(\phi)) = v\sin^2(\phi) \Leftrightarrow$

$\rightarrow v\cos^2(\phi) + v\sin^2(\phi) \hookrightarrow v$

$\cos(\phi) v_0 = v$ //