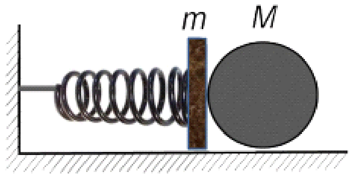
P 6.1. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et al.)

Uma mola de constante $K = 100$ N/m está ligada a uma massa $m = 0{,}6$ kg que pode deslizar sobre uma mesa horizontal. Comprime-se a mola fazendo-a encurtar 0,1 m. Encosta-se à massa m uma esfera de massa $M = 0{,}4$ kg e liberta-se a mola (ver figura). Supondo que a esfera desliza sem rolar, qual a velocidade com que se separa de m?



6.1

$U = \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times (0{,}1)^2 = 0{,}5\ J$

$0{,}5 = \frac{1}{2}(0{,}6 + 0{,}4)\, v^2 \Leftrightarrow 1\ m/s = v$ //

P 6.2. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et al.)

Um passageiro com 80 kg entra num carro. As molas da suspensão do veículo são comprimidas de 1,2 cm. Sendo a massa total suportada pelas molas (incluindo o passageiro) 900 kg, qual a frequência característica de oscilação do carro com o passageiro?

6.2 $F_g = F_{el} \Leftrightarrow m \times g = k \times \Delta x \Leftrightarrow K = \frac{80 \times 9{,}8}{0{,}012} = 65\,333{,}3$

$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \Leftrightarrow (2\pi f)^2 = \frac{K}{m} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{K}{4\pi^2 \cdot m}} = f \Leftrightarrow f = \sqrt{\frac{65333{,}3}{4\pi^2 \cdot 900}} = 1{,}36\ Hz$

P 6.3. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et al.)

Um pêndulo simples tem um período de 1,5 s na Terra. Quando é posto a oscilar à superfície de outro planeta, o período do pêndulo passa a ser de 0,75 s. Qual a aceleração da gravidade nesse outro planeta?

$T = 1{,}5\ s$ $\quad \omega = \frac{2\pi}{1{,}5}$ $\quad F = m \times a \Leftrightarrow g = \frac{F}{m}$ $\quad F_c = m \times a_c$

$g = a_c$

$a_c = \omega^2 \times r$

$\frac{a_{c\,Terra}}{a_{c\,fora}} = \frac{\left(\frac{2\pi}{1{,}5}\right)^2}{\left(\frac{2\pi}{0{,}75}\right)^2} \Leftrightarrow a_{c\,Terra} = 0{,}25\, a_{c\,fora} \Leftrightarrow \frac{9{,}8}{0{,}25} = g \Leftrightarrow g = 39{,}2\ m/s^2$

P 6.4. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et al.)

A frequência característica de uma massa presa a uma mola é de 5 Hz.

a) Qual é aceleração de massa quando o deslocamento é de 0,51 m?

b) Por que factor se deveria aumentar a massa para duplicar o período de oscilação?

$f = 5\ Hz \Leftrightarrow T = 0{,}2\ s \Leftrightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} \Leftrightarrow \omega = 31{,}4159\ rad/s$

a) $a_c = \omega^2 \times r = (31{,}4159)^2 \times 0{,}51 = 503{,}35\ m/s^2$

b) $F = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$ $\quad 1 = \frac{\cancel{m} \cdot \cancel{r} \cdot \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2}{x \cancel{m} \cdot \cancel{r} \cdot \left(\frac{2\pi}{\cancel{2}T}\right)^2} \Leftrightarrow 1 = \frac{\frac{4\pi^2}{T^2}}{x \cdot \frac{\cancel{\pi^2}}{\cancel{T^2}}} \Leftrightarrow x = 4$ //

P 6.5. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et al.)

As aranhas têm sensores nas pernas que lhes permitem capturar as presas através das vibrações da teia. Quando apanhado na rede, um insecto de massa igual a 1 g provoca na teia uma vibração com uma frequência de 15 Hz.

a) Qual a constante elástica da teia?

b) Qual a frequência provocada por um insecto de 4 g ao ser capturado na teia?

$K = ?$ $\quad f = 15\ Hz$

$\omega = 2\pi f \Leftrightarrow \sqrt{\frac{K}{m}} = 2\pi f \Leftrightarrow K = (2\pi f)^2 \times m \Leftrightarrow K = 8{,}88\ N/m$

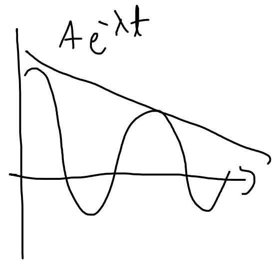
b) $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m}} \Leftrightarrow f = 7{,}5\ Hz$

P 6.6. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et al.)

Um diapasão é posto a vibrar junto a um microfone, sendo a amplitude sendo a amplitude de oscilação medida com um osciloscópio. Sabendo que a amplitude se reduz a metade ao fim de dois segundos, qual a constante de amortecimento λ?

$x = \underbrace{A e^{-\lambda t}}_{\text{máximo}} \cos(\omega t + \phi)$

$A e^{-\lambda 2} = \frac{A}{2} \Leftrightarrow -\lambda 2 = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \lambda = 0{,}346$



P 6.7. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et al.)

Dada a estrada representada na figura com um automóvel a rodar sobre ela, determine a velocidade do automóvel para a qual o sistema entra em ressonância. Despreze os efeitos do atrito nos amortecedores ($\lambda = 0$). Massa do carro: $M = 1000$ kg; $k = 10^5$ N/m.

$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} \Leftrightarrow \omega = 10\ rad/s$

$\lambda = \frac{v}{f} \Leftrightarrow v = \lambda \times f \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow v = 10 \times \frac{10}{2\pi} \Leftrightarrow v = 15{,}9\ m/s$

P 6.8. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et al.)

Uma ginja oscila no fundo de um copo (ver figura). A superfície do copo é esférica de raio 3 cm e a ginja tem 10 g de massa. Despreze o atrito da ginja no fundo do copo.

a) Sabendo que a ginja foi largada a partir do bordo do copo sem velocidade inicial, calcule a velocidade e velocidade angular máximas atingidas.
b) Calcule a frequência angular e o período da ginja para pequenas oscilações junto do fundo do copo (θ pequeno).
c) Se a ginja for ligada a uma mola, que constante elástica deverá ter esta para que a frequência angular das oscilações seja idêntica à calculada em b)?
d) Se a ginja fosse largada de um copo estreito, como se mostra na figura a frequência angular se ria maior ou menor? Porquê?

a) $U = mgh = 0{,}010 \times 9{,}8 \times 0{,}03 = 0{,}00294\,J$

$T = \frac{1}{2} m v^2 \iff \sqrt{\frac{0{,}00294 \times 2}{0{,}010}} = v \iff v = 0{,}7668\ m/s$

$\omega = \frac{v}{r} = \frac{0{,}7668}{0{,}03} = 25{,}56\ rad/s$

b) $a_c = \omega^2 R \iff \omega = \sqrt{\frac{g}{R}} \iff \omega = 18\ rad/s$ $\rightarrow f = 2{,}8766\ Hz$; $\rightarrow T = 0{,}34576\ s$

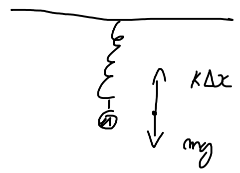
c) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \iff 18^2 \times 0{,}01 = k = 3{,}2667\ N/m$ //

d) Aumentaria pois

Sendo $R > r$ $\sqrt{\frac{g}{R}} < \sqrt{\frac{g}{r}}$ logo ω_r seria maior

P 6.9.

Mostre que uma massa suspensa numa mola, oscila com a mesma frequência angular do que quando colocada sobre um plano horizontal (desprezando o atrito), verificando-se a oscilação em torno do ponto de equilíbrio resultante do peso da massa e da força elástica da mola.



$\Delta x = \frac{mg}{k}$

$m \frac{d^2 \partial y}{dt^2} = \cancel{mg} - k\left[\cancel{\frac{mg}{k}} - \partial y\right]$

Logo obtemos a equação da mola