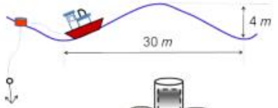
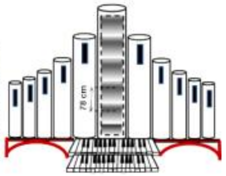
P 8.1. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et. al.)

a) A figura representa uma onda aproximadamente sinusoidal no mar e uma boia para prender um barco, que efectua 10 oscilações por minuto. Qual a frequência, o comprimento de onda e a velocidade de propagação da onda?



b) A figura representa esquematicamente as regiões de compressão e descompressão do ar, no interior de um tubo de órgão, quando uma nota musical é produzida (neste caso o Lá de referência da escala). A variação máxima de pressão no interior do tubo é 28 Pa. Sabendo que a velocidade de propagação do som no ar é de 344 m/s e atendendo aos dados da figura, qual a frequência e comprimento de onda que correspondem àquela nota musical?



c) Descreva matematicamente as duas ondas e esboce os respectivos gráficos em função do espaço, do tempo e da variável $(x - vt)$ em que v é a velocidade de propagação. Qual é a diferença entre as duas ondas?

d) A variação de 28 Pa corresponde ao máximo que o ouvido humano pode suportar. A que fracção da pressão atmosférica corresponde essa variação de pressão?

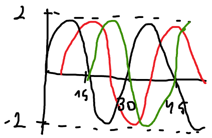
a) $f = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$ Hz $\lambda = 30$ m $V = \lambda f = 30 \times \frac{1}{6} = 5$ m/s $T = \frac{1}{f} = 6$

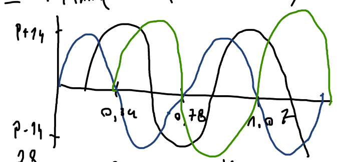
b) $\lambda = 0,78$ m

$V = 344$ m/s $V = \lambda f \Leftrightarrow \frac{344}{0,78} = f \Leftrightarrow f = 441$ Hz

c) $A \sin(k(x - vt))$ $k = \frac{\omega}{v}$ $\omega = \frac{2\pi}{T}$

I| $2 \sin\left(\frac{\pi}{15}(x - 5t)\right)$ II $14 \sin(8.06(x - 344t))$





d) $\frac{\Delta P}{P} = \frac{28}{1{,}01 \times 10^5} = 2,77 \times 10^{-4}$

P 8.2. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et. al.)

Uma corda de *nylon* vibra no plano vertical com uma amplitude de 1 cm. Num pedaço de cartão, recortamos uma ranhura de largura aproximadamente igual ao diâmetro da corda, mas de forma que esta possa passar livremente.

a) Se fizer passar a corda vibrante pela ranhura, estando esta na vertical, há alguma alteração na onda que passa através da ranhura?

b) Se fizer passar a corda a vibrar pela ranhura, formando esta um ângulo de 45° com a vertical, qual a amplitude da onda na ranhura? O comprimento de onda ou a velocidade alteram-se?

c) E se a ranhura estiver a 90°, isto é, no plano horizontal? Repita a línea b) nestas condições. (Já reparou que acaba de descobrir um filtro *polaroid* para cordas vibrantes?)

d) Que características, (intensidade, frequência) do som se alteram nas alíneas a), b) e c)?

e) É possível imaginar um filtro *polaroid* para as ondas sonoras que se propagam no ar? Porquê?

a) Não

b) $A = 1 \cdot \cos(45) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ cm λ mantém, v mantém

c) $A = 0$

d) f não se altera
a intensidade altera-se em b e c

e) Não pq as ondas são longitudinais

P 8.7. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et. al.)

A tensão da corda mais longa de um piano é 1090 N e a massa por unidade de comprimento. É 0,07 kg/m.

a) Com que velocidade se propaga a onda produzida nesta corda quando a tecla correspondente é percutida?

b) Qual a frequência fundamental da corda sabendo que esta tem 2,36 m de comprimento?

c) Qual o comprimento de onda da vibração que se propaga na corda, quando a frequência com que esta vibra é a fundamental? Qual o comprimento de onda produzido pela corda no ar?

a) $V = \sqrt{\frac{1090}{0,07}} = 124.786$ m/s

b) $V = \lambda f \Leftrightarrow \frac{124,786}{2 \cdot 2,36} = f \Leftrightarrow f = 26.44$ Hz

c) $\lambda = 4.72$ m

$\frac{344}{26.44} = \lambda_{ar} \Leftrightarrow \lambda_{ar} = 13.01$ m

P 8.6. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et. al.)

Uma corda de harpa com 0,5 m de comprimento te uma frequência fundamental de 800 Hz.

a) Qual a velocidade de propagação das vibrações na corda?

b) Qual a tensão na corda que produz essa frequência, se a massa por unidade de comprimento da corda for 2×10^{-2} kg/m?.

c) Qual o comprimento de onda da quarta harmónica na corda?

d) Qual o comprimento de onda do som produzido no ar quando a 4ª harmónica da corda é excitada?

a) $l = 0,5$ m $\lambda = 2l = 1$

$f = 800$ Hz $V = \lambda \cdot f = 800$ m/s

b) $800 = \sqrt{\frac{T}{2 \times 10^{-2}}} \Leftrightarrow T = 12800$ N

c) $\lambda = \frac{2l}{4} = 0,25$

d) $\frac{800}{0,25} = f \Leftrightarrow f = 3200$ Hz

$\frac{344}{3200} = \lambda \Leftrightarrow \lambda = 0,1075$ m

P 8.3. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et. al.)

O espectro de comprimentos de onda da luz visível varia entre cerca de 400 nm (violeta) e 750 nm (vermelho). Entre que valores varia a frequência da luz visível?

$C = \lambda f \Leftrightarrow \frac{299\,792\,458}{400 \times 10^{-9}} = f \Leftrightarrow f = 749481145$ MHz

$\frac{299\,792\,458}{750 \times 10^{-9}} = f \Leftrightarrow f = 3,99723 \times 10^{8}$ MHz

P 8.4. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et. al.)

As frequências audíveis variam entre 20 Hz (sons graves) e 20 kHz (sons agudos) Quais os comprimentos de onda no ar das ondas que correspondem a estas frequências?

$\frac{344}{20} = \lambda \Leftrightarrow \lambda = 17.2$ m

$\frac{344}{20 \times 10^3} = \lambda \Leftrightarrow \lambda = 0,0172$ m

P 8.5. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et. al.)

Os morcegos orientam-se emitindo sons que vão desde o audível aos ultra-sons, e recebendo as ondas reflectidas pelos objectos, uma técnica utilizada na navegação e detecção debaixo de água por sonar:

a) Um morcego em voo "cruzeiro" emite impulsos sonoros de 2×10^{-3} s de duração, espaçados por 7×10^{-2} s de silêncio. Qual a frequência e o comprimento de onda das ondas sonoras assim emitidas pelo ar?

b) Qual a distância máxima a que um morcego se pode aproximar de um objecto em "voo de cruzeiro", de forma a que a percepção do impulso sonoro reflectido pelo objecto não seja misturado com o som emitido no impulso seguinte.

c) Os morcegos alimentam-se de insectos. Para os detectar emitem ondas na gegião dos ultra-sons que podem chegar até 120 kHz. Qual a frequência necessária para detectar um insecto de 5 mm de comprimento?

a) $T = 2 \times 10^{-3} + 7 \times 10^{-2} = 0,072$ $f = \frac{1}{0,072} = 13,9$ Hz

$V = \lambda f \Leftrightarrow \frac{344}{13,9} = \lambda \Leftrightarrow \lambda = 24,75$ m

b) $\Delta t = \frac{d}{v} \Leftrightarrow 2\,\Delta t = \frac{2d}{v}$

$d < \frac{7 \times 10^{-2} \times 344}{2} \simeq 12.04$ m

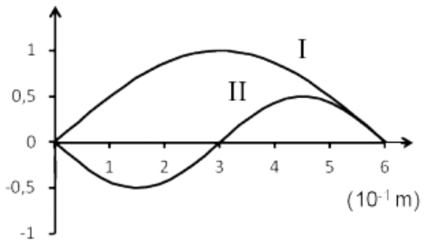
c) $V = \lambda f \Leftrightarrow \frac{344}{0,005} = f \Leftrightarrow f = 68800$ Hz

P 8.8. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et. al.)

As cordas que correspondem à maior e menor frequência de um piano estão afinadas para $f1 = 4186\,\text{Hz}$ e $f2 = 32{,}8\,\text{Hz}$. E têm comprimentos $\ell_1 = 0{,}051\,\text{m}$ e $\ell_2 = 1{,}98\,\text{m}$, respectivamente. Se a tensão nas duas cordas for a mesma, qual a razão entre as massas por unidade de comprimento dessas cordas?

P 8.9. ("Introdução à Física", J. Dias de Deus et. al.)

A figura representa duas harmónicas de uma corda vibrante num dado instante.



a) As harmónicas são ondas estacionárias? A que harmónica corresponde a curva I? E a curva II?

b) Qual o comprimento de onda e as posições dos nodos da 1ª e da 2ª harmónicas?

c) A onda produzida na corda nesse instante é a sobreposição destas duas harmónicas. Esboçe o gráfico respectivo.

8.8)

$V_1 = \lambda f_1 = 2 l_1 f_1 = 2 \cdot 0{,}051 \cdot 4186 = 426.972$ m/s

$V_2 = \lambda f_2 = 2 l_2 f_2 = 2 \cdot 1{,}98 \cdot 32{,}8 = 129.888$ m/s

$V_2 = \sqrt{\frac{T}{\mu_2}}$ $\quad \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} \Leftrightarrow \left(\frac{129.888}{426.972}\right)^2 \mu_2 = \mu_1 \Leftrightarrow 0{,}0925\mu_2 = \mu_1$

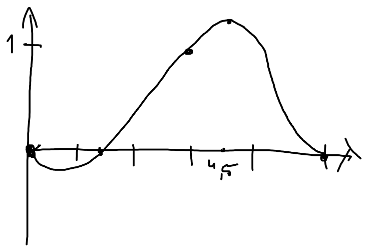
$V_1 = \sqrt{\frac{T}{\mu_1}}$

8.9)

a) Sim $\quad$ I - 1ª harmónica

II - 2ª harmónica

c)



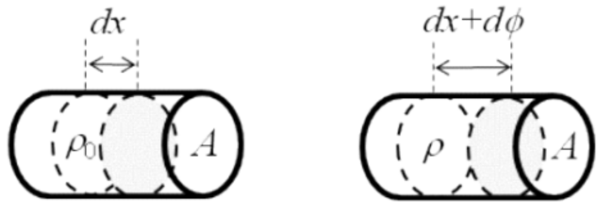
b) 1ª

$\lambda = 2l = 1{,}2$ m $\quad x_1 = 0$ m, $x_2 = 0{,}6$ m

2ª

$\lambda = \frac{2l}{2} = 0{,}6$ m $\quad x_1 = 0$ m, $x_2 = 0{,}3$ m, $x_3 = 0{,}6$ m

P 8.10.



A propagação de som ao longo de um tubo pode se considerada como uma onda longitudinal a uma dimensão, descrita por uma sucessão de zonas de maior ou menor pressão correspondentes a variações de densidade do ar, associadas localmente a uma expansão (ou contracção) linear $d\emptyset$ de uma massa de ar correspondente a um comprimento infinitesimal dxmedido ao longo do tubo:

a) Estabeleça uma relação linear entre a densidade da massa de ar ρ (contida uma secção do tubo de comprimento $(dx + d\emptyset)$) associada à propagação da onda com a densidade de equilíbrio do ar ρ_0 no interior do tubo (ver figura). Sugestão: lembre-se que $\left(\frac{1}{1+x} \cong 1 - x\right)$ para $x \ll 1$.

b) Relacione a aceleração associada ao deslocamento $d\emptyset$ ($a = \frac{\partial^2 \emptyset}{\partial t^2}$) com a variação de pressão dp no interior do mesmo (relativamente à pressão de equilíbrio).

c) A partir dos resultados obtidos nas alíneas a) e b) obtenha a equação de onda para a propagação do som no tubo, verificando que a velocidade de propagação é dada por $v = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$.

d) Utilizando a expressão $dp = k\frac{d\rho}{\rho}$ em que k é o módulo de elasticidade do meio, verifique que a velocidade de propagação pode ser dada pela expressão $v = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$

e) Tendo em conta que no fenómeno de propagação do som as variações de pressão e densidade correspondem a transformações adiabáticas (sem troca de calor) caracterizadas pela expressão $p = K\rho^\gamma$ com $\gamma = 1{,}4$ verifique que a velocidade do som pode ser calculada a partir da expressão $v = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$ e calcule a velocidade do som à temperatura de 0°C e à pressão de 1 atm (=1,015x10^5 Pa). Densidade do ar a 0°C= 1,29 kg.m^{-3}=massa molar(ar)/volume molar=29x10^{-3}kg/22,4x10^{-3}m^3.

a) $\rho = \frac{m}{V}$

$\rho_0 = \frac{dm}{A\,dx} \Leftrightarrow dm = \rho_0 A\,dx$

$\rho = \frac{dm}{A(dx + d\phi)} \Leftrightarrow dm = \rho A(dx + d\phi)$

$\rho_0 \cancel{A}\,dx = \rho \cancel{A}(dx + d\phi) \Leftrightarrow \rho = \rho_0\left(1 - \frac{d\phi}{dx}\right)$

b) $dF = -dm\,a \Leftrightarrow dF = \rho_0 A\,dx \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \Leftrightarrow$

$\frac{dF}{A} = dp$ $\quad \Leftrightarrow dp = -\rho_0\,dx \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2}$

c) $-\frac{dp}{dx} = \rho_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \Leftrightarrow -\frac{dp}{d\rho} \cdot \frac{d\rho}{dx} = \rho_0 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{dp}{d\rho} \cdot \cancel{\rho_0} \cdot \frac{d^2\phi}{dx^2} = \cancel{\rho_0} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \Leftrightarrow \frac{dp}{d\rho} \cdot \frac{d^2\phi}{dx^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \Leftrightarrow$

$\frac{d\rho}{dx} = \rho_0 \cdot \left(-\frac{d^2\phi}{dx^2}\right)$

$\Leftrightarrow \frac{d^2\phi}{dx^2} - \frac{d\rho}{dp} \cdot \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0$

logo $v^2 = \frac{dp}{d\rho} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$

d) $v = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} = \sqrt{\frac{k\frac{\partial \rho}{\rho}}{\partial \rho}} = \sqrt{\frac{k}{\rho}}$ //

e) $v = \sqrt{\frac{\partial p}{\partial \rho}} = \sqrt{\frac{\partial (k\rho^\gamma)}{\partial \rho}} = \sqrt{k\gamma\rho^{\gamma - 1}} = \sqrt{\frac{k\gamma\rho^\gamma}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$

$\hookrightarrow \sqrt{\frac{1{,}4 \times 1.015 \times 10^5}{1.29}} = 331{,}90$ m/s //