

- 1) Num dado modelo de helicóptero, o tempo de voo de treino é representado pela variável aleatória X com distribuição uniforme contínua no intervalo $[a, b]$, de valor esperado 4 e desvio padrão 2.
Obtenha $V(X^2)$.
Indique o resultado com pelo menos três casas decimais.

$$X \sim \text{Unif}(a, b)$$

$$E(X) = 4$$

$$\sigma(X) = 2$$

$$E(X) = \frac{a+b}{2} = 4$$

$$\sigma(X) = \frac{b-a}{\sqrt{12}} = 2$$

$\Leftrightarrow$

$$a = -2(\sqrt{3}-2) \approx 0.54$$

$$b = 2(\sqrt{3}+2) \approx 7.06$$

$$f_X(x) = \frac{1}{b-a}$$

$$V(5X^2 - 40) = 25V(X^2)$$

$$R: V(5X^2 - 40) = 25V(X^2)$$

$$= 25 \cdot 268.8 = 6720 //$$

$$V(X^2) = \int_a^b (x^2 - E(X^2))^2 \cdot f_X(x) dx = \int_a^b \left(x^2 - \frac{b^3 - a^3}{3(b-a)}\right)^2 \cdot \frac{1}{b-a} dx = 268.8$$

$$E(X^2) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f(x) dx = \int_a^b \frac{x^2}{b-a} dx = \frac{b^3 - a^3}{3(b-a)}$$

2)

No desenvolvimento de um novo receptor para transmissão de informação digital, cada bit recebido é classificado como suspeito com probabilidade igual a 0.35. Sabendo que foram classificados 15 bits de modo independente e que pelo menos um deles foi classificado como suspeito, qual é a probabilidade de o total de bits classificados como suspeitos exceder 2?

$$X \sim \text{Bin}(15, 0.35)$$

$$P(X > 2 | X > 0) = \frac{P(X > 2 \cap X > 0)}{P(X > 0)} = \frac{P(X > 2)}{P(X > 0)} = \frac{1 - F_X(2)}{1 - F_X(0)} = 0.9396$$

3)

A velocidade do vento em determinada região do globo é representada pela variável aleatória X com função de densidade de probabilidade dada por:

$$5.07 e^{-x^{5.07}} x^{4.07}, \text{ para } x \geq 0;$$

$$0, \text{ para } x < 0.$$

Obtenha a probabilidade de serem registados valores de X no intervalo $[m_e, m_o]$, onde m_e e $m_o = \left(1 - \frac{1}{5.07}\right)^{\frac{1}{5.07}}$ representam a mediana e a moda de X (respectivamente).

$$f_X(x) = 5.07 e^{-x^{5.07}} \cdot x^{4.07}$$

$$F_X(x) = \int_0^x 5.07 e^{-t^{5.07}} \cdot t^{4.07} dt = \left[-e^{-t^{5.07}} \right]_0^x = 1 - e^{-x^{5.07}}$$

$$F(m_o) - F(m_e) = F(m_o) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - e^{-\left(\frac{1}{5.07}\right)^{5.07}} = 0.05191$$

Numa fábrica de portas blindadas, as fechaduras das mesmas são produzidas, unicamente, ao fim de semana (sábado e domingo). Sabe-se que o número total de fechaduras produzidas ao sábado segue uma distribuição de Poisson de parâmetro 2.5. Admita que o número total de fechaduras produzidas ao domingo segue uma distribuição de Poisson tal que a probabilidade de não ser fabricada qualquer fechadura ao domingo, num dado fim de semana é igual a 0.11. Considere que a produção de fechaduras ao sábado e ao domingo são independentes.

Qual é a probabilidade de serem fabricadas 4 fechaduras num dado fim de semana, sabendo que foi fabricada pelo menos uma fechadura nesse período de tempo?

$$S \sim \text{Poisson}(2.5) \quad f_S(x) = \frac{e^{-2.5} (2.5)^x}{x!} \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$D \sim \text{Poisson}(\lambda) \quad f_D(x) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} \rightarrow \lambda = 2.30259$$

$$f_D(0) = 0.1$$

$$F \sim \text{Poisson}(2.5 + \lambda)$$

$$P(F=4 | F>0) = \frac{P(F=4 \cap F>0)}{P(F>0)} = \frac{P(F=4)}{1 - P(F=0)} = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^4}{x!} / 1 - e^{-\lambda} = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^4}{x! (1 - e^{-\lambda})} = 0.183456$$

Numa grande instituição bancária, 6% das pessoas empregadas são programadoras de profissão, 41% das pessoas empregadas são mulheres e 8% das mulheres empregadas são programadoras de profissão.

Considere que a variável aleatória X representa o número de pessoas da instituição que são seleccionadas, ao acaso e com reposição, até ser detectado pela primeira vez um homem programador de profissão. Obtenha $P(X > 10)$.

E o não-programador?

$\bar{P}$: Ser programador

$$P(\bar{P}) = 0.06$$

$$P(\bar{P} \cap M) = 0.08 \cdot 0.41 =$$

M : Ser mulher

$$P(M) = 0.41$$

$$= 0.0328$$

$$P(\bar{P} | M) = 0.08$$

$$P(\bar{P} \cap \bar{M}) = 0.06 - 0.0328 = 0.0272$$

$$X \sim \text{Geom}(0.0272)$$

$$P(X > 10) = (1 - 0.0272)^{10} = 0.758989$$