

Suponha que as variáveis aleatórias X e Y possuem função de probabilidade conjunta dada por:

$X \backslash Y$	0	1	3
0	$\frac{5}{39}$	$\frac{5}{39}$	$\frac{4}{39}$
1	$\frac{4}{39}$	$\frac{1}{39}$	$\frac{5}{39}$
3	$\frac{5}{39}$	$\frac{5}{39}$	$\frac{5}{39}$

Determine o valor da função de distribuição marginal de X no ponto 1.

- ☐ $\frac{14}{39}$
☒ $\frac{8}{13}$
☐ 4.17691
☐ 3.94679

$$P(X=0) = \frac{5}{39} + \frac{5}{39} + \frac{4}{39} = \frac{14}{39} \quad P(X \leq 1) = \frac{14}{39} + \frac{10}{39} = \frac{24}{39} = \frac{8}{13}$$

$$P(X=1) = \frac{4}{39} + \frac{1}{39} + \frac{5}{39} = \frac{10}{39}$$

Um distribuidor de produtos alimentares frescos recebe diariamente pedidos de 145 clientes. Admita que as quantidades encomendadas pelos clientes, em kg, são variáveis aleatórias contínuas independentes e uniformemente distribuídas no intervalo $(0, 7]$. Admitindo que o distribuidor só tem capacidade para expedir diariamente 538.0 kg de produtos, calcule a probabilidade de todos os pedidos serem satisfeitos num dia escolhido ao acaso. Indique o resultado com pelo menos quatro casas decimais.

$$X \sim \text{Unif}(0, 7) \quad E(Z) = \sum_{i=1}^{145} E(X) = 145 \cdot \frac{0+7}{2} = 507.5$$

$$Z \sim \sum_{i=1}^{145} X \quad V(Z) = \sum_{i=1}^{145} V(X) = 145 \cdot \frac{(7-0)^2}{12} = \frac{7105}{12}$$

TLC

$$\frac{Z - E(Z)}{\sqrt{V(Z)}} \stackrel{a}{\sim} N(0, 1)$$

$$P(Z < 538) = \Phi\left(\frac{538 - 507.5}{\sqrt{\frac{7105}{12}}}\right) = \Phi(1.25345) \simeq \Phi(1.25) = 0.8944$$

Seja X (respetivamente, Y) a variável aleatória que descreve o índice de capacidade de carga do pneu dianteiro (respetivamente traseiro) de um carro novo. Admita que o par aleatório (X, Y) possui função de probabilidade conjunta dada por

$X \backslash Y$	52	54	55
56	$\frac{93}{1000}$	$\frac{221}{1000}$	$\frac{93}{1000}$
58	$\frac{93}{1000}$	$\frac{93}{1000}$	$\frac{221}{1000}$
60	$\frac{221}{1500}$	$\frac{93}{1000}$	$\frac{93}{1000}$

Calcule o valor esperado de $X + Y$ condicional a $Y = 54$.

$$E(X+Y | Y=54) = (54+56) \cdot \frac{221}{500} + (54+58) \cdot \frac{279}{1000} + (54+60) \cdot \frac{279}{1000} =$$

$$= 111.674$$

Pergunta: 4

Cotação: 1

Sejam X e Y duas variáveis aleatórias contínuas com função de densidade de probabilidade conjunta

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{13} & -b \leq x \leq b \quad -b \leq y \leq b \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Calcule a constante positiva b . Indique o resultado com, pelo menos, duas casas decimais.

$$\frac{3}{13} \cdot 2b \cdot 2b = 1 \Leftrightarrow b^2 = \frac{13}{12} \Leftrightarrow b = \sqrt{\frac{13}{12}}$$

Considere que foram examinadas todas as componentes de três painéis, selecionados casualmente e com 4, 3 e 4 componentes respetivamente.

Admita que uma componente escolhida ao acaso é defeituosa com probabilidade 0.11, independentemente das restantes componentes.

Qual é a probabilidade de ser detetada no máximo uma componente defeituosa, ao serem examinadas todas as componentes destes três painéis?

Indique o resultado com, pelo menos, quatro casas decimais.

$$X \sim \text{Bin}(11, 0.11)$$

$$F_X(1) = \sum_{k=0}^1 \binom{11}{k} 0.11^k (1-0.11)^{11-k} = 0.657816$$