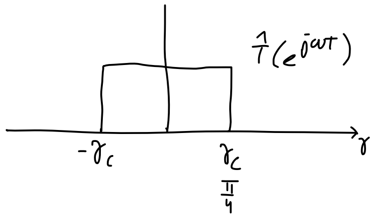
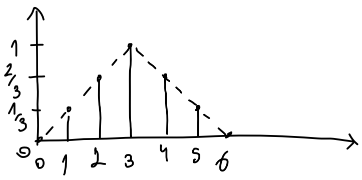
a) $f_c = 2{,}5\ \text{kHz}$ $\quad \gamma_c = \omega_c T = 2\pi f_c T = \frac{\pi}{4}$ $\quad \phi = -3\gamma$ $\quad \tau = \frac{N-1}{2} T \Leftrightarrow N = 7$

$\tau = 0{,}15\ \text{ms}$

$f_s = 20\ \text{kHz}$





$$\hat{T}(e^{j\gamma}) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \hat{h}_m e^{-j\gamma m}$$

Passar para 0

$$\hat{h}_m = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \hat{T}(e^{j\gamma})\, e^{j\gamma m}\, d\gamma = \frac{1}{2\pi}\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} e^{j\gamma m}\, d\gamma = \frac{\sin(\frac{\pi}{4} m)}{\pi m} \; ; m \in]-\infty ; +\infty[\implies \hat{h}_m = \frac{\sin((m-3)\frac{\pi}{4})}{(m-3)\pi}$$

$h_m = \hat{h}_m \cdot w_m$

Δ (triangular) $\quad \sqcap$ (Rectangular)

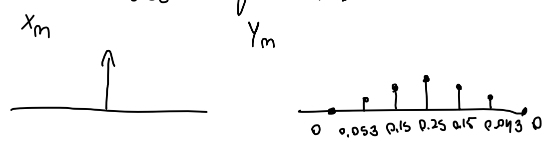
m	$\hat{h}_m$	W_Δ	$h_{m\Delta}$	$W_\sqcap$	$h_{m\sqcap}$
0	0,075	0	0	1	0,075
1	0,159	1/3	0.053	1	0,159
2	0,225	2/3	0.15	1	0,225
3	0,25	1	0.25	1	0,25
4	0,225	2/3	0.15	1	0,225
5	0,159	1/3	0.053	1	0,159
6	0,075	0	0	1	0,075

$$T(z) = \sum_{m=0}^{N-1} h_m z^{-m}$$

$$T(z) = 0.053 z^{-1} + 0.15 z^{-2} + 0.25 z^{-3} + 0.15 z^{-4} + 0.053 z^{-5}$$

b) Ao usar uma janela rectangular temos mais ondulação mas temos uma banda de transição mais estreita.

A resposta ao impulso é a sucessão dos coeficientes.



c) $Y_m = 0.053\, x_{m-1} + 0.15\, x_{m-2} + 0.25\, x_{m-3} + 0.15\, x_{m-4} + 0.053\, x_{m-5}$

Um filtro FIR é sempre estável (polos em zero)

d) A fase é linear, logo o atraso é constante para 5 KHz e 15 KHz τ: 0.15 ms

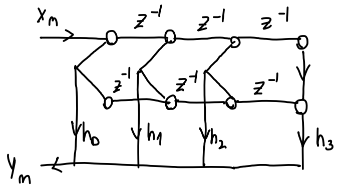
$z = e^{j\omega T} = e^{j2\pi \cdot \frac{f}{f_s}} = e^{j\cdot\frac{\pi}{2}} = j$

Logo $T(j) = 0.053(j^{-1} + j^{-5}) + 0.15(j^{-2} + j^{-4}) + 0.25 j^{-3} = 0.144 j$

Ganho: $20\log_{10}(0.144) = -16.83\ \text{dB} \Rightarrow$ Atenuação: 16.83dB

Como 15 KHz é o simétrico de 5 KHz sobre f_c, a resposta em amplitude é a mesma

e) Mínimo de multiplicações

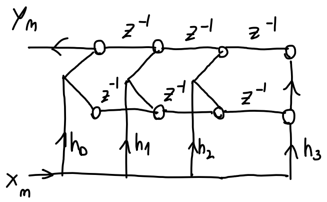


$h_0 = h_6 = 0$

$h_1 = h_5 = 0.053$

$h_2 = h_4 = 0.15$

$h_3 = 0.25$



(Transposto)